DEVOIR DE SYNTHESE N°1

EXERCICE N°1 : 10' 3 points

Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse

1°) Si u la suite définie sur IN^* par $u_n=\sum_{k=1}^{n}\left((-1)^k\frac{k}{3^k}\right)$ alors :

a) $u_3=-\frac{2}{9}$.

b) La suite (u_{2n}) est croissante.

2°) La suite v définie sur IN par $v_n=\frac{(-1)^n n+1}{2n+(-1)^n}$ est convergente.

3°) Les suites u et v définies sur IN^* par $u_n=1+\frac{1}{n}$ et $v_n=1-\frac{3}{n^2}$ sont adjacentes.

EXERCICE N°2 : 35' 6 points

1°) On considère, dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E):z^2-\sqrt{2}(1-i)z-4i=0$

a) Montrer que le discriminant Δ de l'équation (E) est égal à $6(1+i)^2$.

b) Résoudre l'équation (E)

2°) Soit $E_\theta : z^2-2e^{i\theta}z+4e^{2i\theta}=0$ où $\theta\in]0,\pi[$.

Vérifier que $z_1=e^{i\theta}\left(1+i\sqrt{3}\right)$ est une solution de (E_θ) En déduire l'autre solution z_2.

3°) a) En déduire une écriture exponentielle de chacune des solutions de l'équation (E).

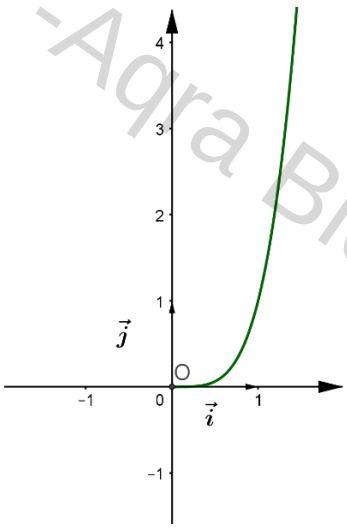
b) Déterminer alors la valeur exacte de $\cos\frac{\pi}{12}$.

4°) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E'):\ z^4=1+i\sqrt{3}$.

b) On a tracé sur le graphique au-dessous la courbe $\Gamma : y=x^4$ pour $x\geq 0$.

Construire alors, sur le même graphique, les points images de toutes les solutions de (E').



Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn